DM de Mathématiques n° 1 - Correction

Algèbre :

Exercice 1 :

1) Calcul de A et B :
   - $A = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$
   - $B = \frac{5}{6} \div \frac{5}{9} = \frac{5}{6} \times \frac{9}{5} = \frac{9}{6} = \frac{9 \div 3}{6 \div 3} = \frac{3}{2}$
2) $C = 10 - [-2 \times (2 \times (-3)) + 5] = 10 - [-2 \times (-6) + 5] = 10 - [12 + 5] = 10 - 17 = -7$
3) $D = \frac{5}{7} + \frac{5}{7} \times \left(5 + \frac{1}{2}\right) = \frac{5}{7} + \frac{5}{7} \times \left(\frac{10}{2} + \frac{1}{2}\right) = \frac{5}{7} + \frac{5}{7} \times \frac{11}{2} = \frac{5}{7} + \frac{55}{14} = \frac{10}{14} + \frac{55}{14} = \frac{65}{14}$
4) $E = \frac{15 \times 10^{-3} \times 7 \times 10^{7}}{5 \times 10^{2}} = \frac{15 \times 7}{5} \times \frac{10^{-3} \times 10^{7}}{10^{2}} = \frac{105}{5} \times \frac{10^{4}}{10^{2}} = 21 \times 10^{2} = 2{,}1 \times 10^{3}$

Exercice 2 :

1) $3{,}7\ heures$ ⇔ $3\ heures$ et $0{,}7\ heures$
   Or comme $1\ heure$ correspond à $60\ minutes$, par proportionnalité on trouve que $0{,}7\ heure$ correspond à $42\ minutes$
   Bilan : $3{,}7\ heures$ ⇔ $3\ heures$ et $42\ minutes$
2) Dans chaque ligne du tableau ci-dessous, l'affirmation exacte était :

- $\frac{2}{5} + \frac{5}{12} - \frac{1}{15} = 0{,}75$

Il faut tout *mettre au même dénominateur* pour additionner/soustraire des fractions, donc :
$\frac{2}{5} + \frac{5}{12} - \frac{1}{15} = \frac{24}{60} + \frac{25}{60} - \frac{4}{60} = \frac{45}{60} = \frac{45 \div 15}{60 \div 15} = \frac{3}{4} = 0{,}75$

- (-2) est solution de l'équation $(x-2)(2x+4) = 0$

Il suffit de *remplacer* x par la valeur 2 :
$(x-2)(2x+4) = (-2-2)(2 \times (-2) + 4) = -4 \times 0 = 0$

- $(x+3)(x-5) - (x-2)(x+3) = -3(x+3)$

$$\begin{aligned}(x+3)(x-5) - (x-2)(x+3) &= (x^2 - 2x - 15) - (x^2 + x - 6)\\ &= x^2 - 2x - 15 - x^2 - x + 6\\ &= -3x - 9 = -3(x+3)\end{aligned}$$

Géométrie :

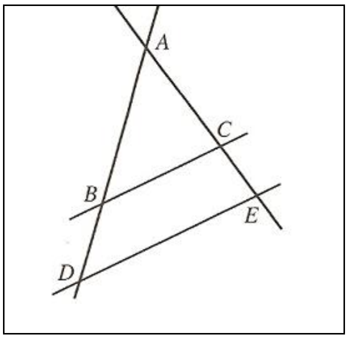
Exercice 3 :

On considère un cercle de diamètre $[AB]$ et un point C appartenant à ce cercle.

1) Comme lorsqu'on joint un point d'un cercle à un diamètre de ce cercle le triangle obtenu est rectangle en ce point, alors le triangle ABC est rectangle en C.
2) On donne $AC = 39\ mm$ et $BC = 52\ mm$.
   Comme le triangle ABC est rectangle en C d'après la question précédente, on peut utiliser le théorème de Pythagore, on a donc :
   $AB^2 = AC^2 + BC^2 = 39^2 + 52^2 = 1521 + 2704 = 4225$
   Et donc, en utilisant la calculatrice, on trouve $AB = \sqrt{4225} = 65\ mm$
3) Le point D est tel que : $AD = 25\ mm$ et $BD = 60\ mm$.
   Dans le triangle ABD, on calcule séparément :
   - $AB^2 = 65^2 = 4225$
   - $AD^2 + BD^2 = 25^2 + 60^2 = 625 + 3600 = 4225$

   Comme $AB^2 = AD^2 + BD^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABD est rectangle en D.

Exercice 4 :



$AC = 3\ cm$; $AE = 4{,}5\ cm$; $AB = 4\ cm$
Les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

Calcul de AD :
Comme les droites (BD) et (EC) sont sécantes en A et que les droites (BC) et (DE) sont parallèles, d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$$

On remplace alors par les valeurs numériques :

$$\frac{4}{AD} = \frac{3}{4{,}5} = \frac{BC}{DE}$$

Et donc $AD = \frac{4 \times 4{,}5}{3} = 6\ cm$

Calcul de BD :
Comme le point B appartient au segment$[AD]$, on a : $BD = AD - AB = 6 - 4 = 2\ cm$